

Konfidenciaintervallum a szórásra egy megfigyelésből

Megfigyelünk egyetlen X_1 értéket valamilyen α várható értékű és σ szórású normális eloszlásból. Sem α , sem σ nem ismert. Szerkesszünk $1-\varepsilon$ megbízhatóságú konfidenciaintervallumot σ -ra.

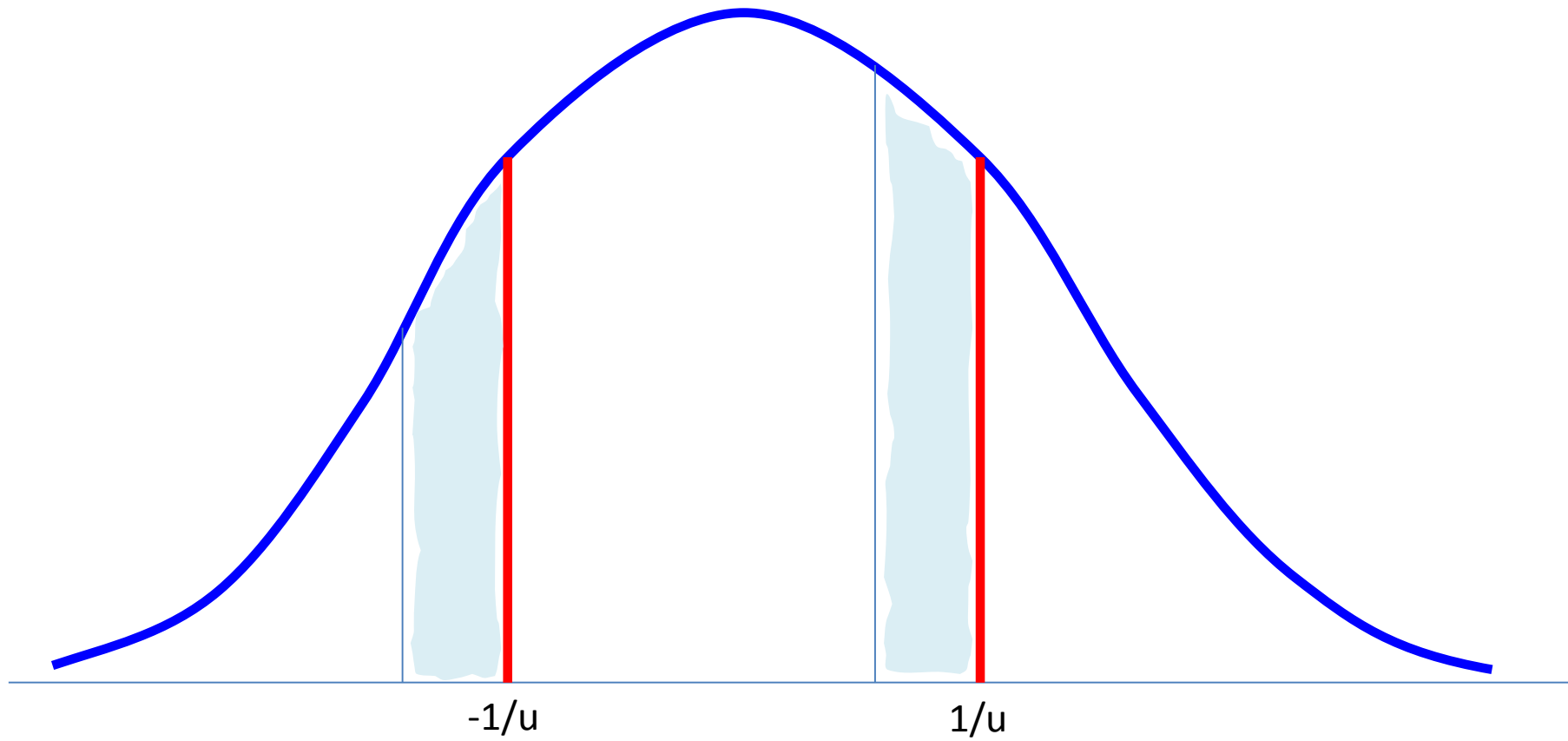
Borovkov: Mathematical Statistics, Gordon and Breach, 1998, 238. old.

Magyarul: Matematikai statisztika, Typotex, 1999, 288. old.

²⁷It is interesting to note that, in contrast with the initial, intuitive representations, we can construct from just one observation $x_1 \in \Phi_{\alpha, \sigma^2}$ the confidence interval for σ^2 with unknown α . The following reasoning, showing this, was communicated to us by L. N. Bol'shev.

Choose u so that $\Phi(1/u) - \Phi(-1/u) = \varepsilon$, where $\Phi(x) = \Phi_{0,1}((-\infty, x))$. Then

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\sigma > u|x_1|) &= \mathbf{P}(-\sigma/u < x_1 < \sigma/u) = \mathbf{P}\left(-\frac{1}{u} - \frac{\alpha}{\sigma} < \frac{(x_1 - \alpha)}{\sigma} < \frac{1}{u} - \frac{\alpha}{\sigma}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{1}{u} - \frac{\alpha}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{1}{u} - \frac{\alpha}{\sigma}\right) \leq \Phi\left(\frac{1}{u}\right) - \Phi\left(-\frac{1}{u}\right) = \varepsilon. \end{aligned} \quad \square$$



 X_1 **95%-os CI felső határa**

1

15.947

10

159.47

Bayes-i megközelítés: nem informatív α , σ . Mi a posterior eloszlása σ -nak az X_1 megfigyelés mellett?

Sajnos nem lesz informatív, marad a $[0, \infty]$ -en egyenletes.

A likelihood függvény ui.

$$(2\pi)^{-1/2} \cdot 1/\sigma \cdot \exp(-(X_1-\alpha)^2/(2\cdot\sigma^2))$$

Vége